

# Numerische Simulation des Presshärtprozesses unter Berücksichtigung der Gefügeumwandlung

Prof. Dr.-Ing. Bernd-Arno Behrens, Dipl.-Ing Philipp Olle

Institut für Umformtechnik und Umformmaschinen

Leibniz Universität Hannover

Garbsen, Deutschland

## Abstract:

Numerical simulation by means of Finite-Element-Method has become an indispensable tool for process design of metal-forming processes. But new steels and new processes, e. g. hot stamping, require advanced material models for valid simulation. For a more realistic prediction of the final properties of components made by hot stamping it is essential to consider the complex effects of phase transformation in the simulation. These effects mainly have a wide influence on residual stresses and distortion. A thermal-mechanical sequential coupled simulation including phase transformation of a model process is presented in this paper. A material model was implemented in the commercial FE-Code LS-Dyna. The diffusion-controlled phase transformation is basically modelled with the JOHNSON-MEHL-AVRAMI equation. Moreover, the formation of martensite is modelled by the KOISTINEN-MARBURGER equation for diffusionless transformation. The transport from furnace to the press and closing of the tools is also simulated in order to get a realistic temperature distribution in the sheet at the beginning of the forming process.

## Keywords:

hot stamping, phase transformation, microstructure, simulation

## 1 Presshärten

Aufgrund stetig steigender Energiepreise und Umweltbelastungen besteht im Automobilbereich die Notwendigkeit zur Reduktion des Energieverbrauchs und der CO<sub>2</sub>-Emission, was zu immer höheren Anstrengungen auf dem Gebiet des Leichtbaus führt. Eine Möglichkeit hierbei besteht im Einsatz höherfester Stähle zur Herstellung von Bauteilen mit einem reduzierten Gewicht, die die gleiche oder sogar bessere Crashesicherheit als konventionelle Bauteile aufweisen, vgl. [1]. Diese Stähle besitzen im Allgemeinen aber eine geringe Formbarkeit und tendieren zu einer starken Rückfederung. Somit wird die Realisierung von komplexen Geometrien mit hoher Formgenauigkeit erschwert. Ein Fertigungsverfahren, um komplexe Bauteile aus hochfesten Stählen herzustellen, ist das Presshärten (vgl. Bild 1). Bei diesem Verfahren wird der Umformprozess mit einer Wärmebehandlung des Bleches kombiniert, wobei das Ziel die gleichzeitige Härtung des Bauteils ist, vgl. [2]. Beim Presshärten wird eine Platine aus einem härtbaren Stahl auf ungefähr 950 °C erwärmt, um ein austenitisches Gefüge zu erzeugen. Anschließend wird nach [3] das Blech umgeformt und abgeschreckt, was eine martensitische Umwandlung hervorruft.

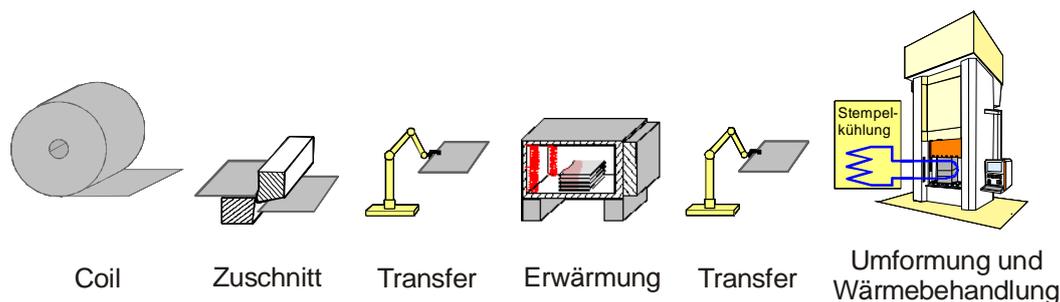


Bild 1: Verfahrensprinzip beim Presshärten

Typischerweise kommen bei diesem Verfahren Mangan-Bor Stähle zum Einsatz. In der Kombination mit dem Presshärten besteht dabei die Möglichkeit, Bauteile mit komplexen Geometrien und einer Zugfestigkeit bis zu  $R_m = 1600 \text{ MPa}$  herzustellen. Ein Vergleich der Zugfestigkeit und Bruchdehnung von pressgehärteten Mangan-Bor Stählen zu anderen Stählen ist in Bild 2 dargestellt.

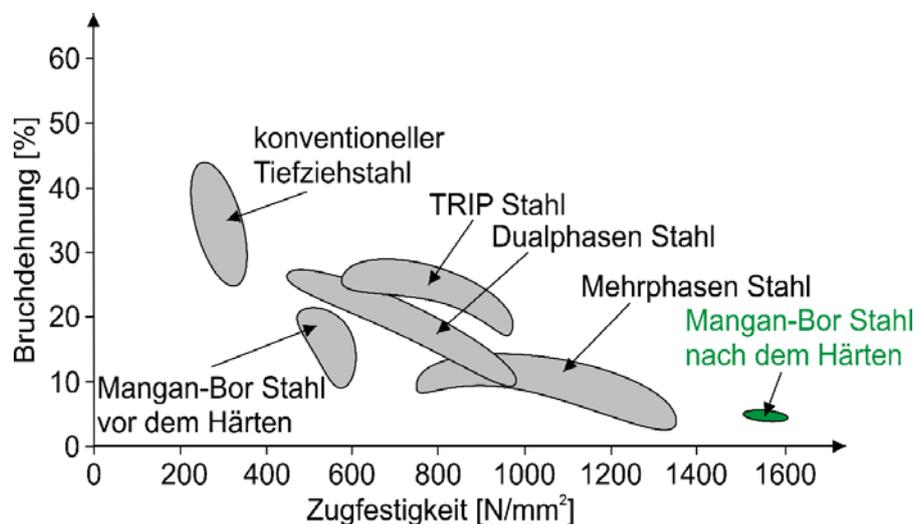


Bild 2: Vergleich der Zugfestigkeit und Bruchdehnung verschiedener Tiefziehstähle

Zur Zeit werden beispielsweise Karosseriebauteile wie Querträger, Seitenaufprallträger, A- und B-Säulen mittels Presshärten hergestellt. Zusammenfassend sind die größten Vorteile des Verfahrens gegenüber konventionellen Prozessen der Kaltumformung

1. Bauteile mit sehr hoher Festigkeit,
2. geringere benötigte Umformkraft,
3. sehr gute Umformbarkeit bei hoher Temperatur und
4. hohe Formgenauigkeit.

Die numerische Simulation mit Hilfe der Finite-Element-Methode ist in den letzten Jahren ein unersetzliches Hilfsmittel bei der Prozessauslegung geworden. Für eine realistische Vorhersage der finalen Bauteileigenschaften, z. B. Eigenspannungen und Verzug, ist es unerlässlich, die komplexen Effekte der Phasenumwandlung in der Simulation zu berücksichtigen, was bisher im Allgemeinen nicht geschieht.

## 2 Mathematische Beschreibung der Gefügeumwandlung

Für die FE-Simulation von Phasenumwandlungen wird hier ein mathematisches Modell verwendet, das auf physikalischen und zum Teil empirischen Ansätzen basiert. Durch die Erwärmung des Bleches vor der Umformung entsteht eine austenitische Gefügestruktur. Die Abkühlung des Bauteils während und nach der Umformung führt zu einer Gefügeumwandlung. Die Kinetik der Gefügeumwandlung wird dabei vor allem durch die Legierungsbestandteile, die Abkühlrate und den Spannungszustand im Bauteil bestimmt. Durch eine Berücksichtigung des Umwandlungsverhaltens in der Simulation ist es möglich, die resultierenden Materialeigenschaften als Funktion der vorliegenden Gefügebestandteile zu beschreiben.

Bei langsamen Abkühlgeschwindigkeiten treten diffusionsgesteuerte Gefügeumwandlungen auf, die durch Wanderung von Kohlenstoffatomen und andere Legierungsbestandteile hervorgerufen werden. Hier wird der Austenit, der ein kubisch-flächen-zentriertes (kfz) Gitter besitzt, in die durch ein kubisch-raum-zentriertes Gitter (krz) charakterisierten Gefügebestandteile Ferrit, Perlit und Bainit umgewandelt. Mathematisch können diffusionsgesteuerte Gefügeumwandlungen mit der JOHNSON-MEHL-AVRAMI-Gleichung

$$\zeta_i(t) = \zeta_{eq,i}(t) \left( 1 - e^{-k \left( \frac{t}{t_0} \right)^n} \right) \quad (1)$$

beschrieben werden. Der Volumenanteil einer Phase  $i$  ist dabei mit  $\zeta_i$  bezeichnet und die Variable  $\zeta_{eq,i}$  beschreibt dabei ihren Volumenanteil im Gleichgewicht. Beide sind eine Funktion der Zeit  $t$ , die durch  $t/t_0$  skaliert ist. Der Parameter  $n$  (Avrami-Exponent) berücksichtigt überwiegend die Geometrie der Keime und darüber hinaus die zeitliche Entwicklung der Keimbildungsrate. Daraus resultiert neben der Temperaturabhängigkeit noch eine Abhängigkeit von der Zeit und dem Umwandlungsfortschritt. Der Parameter  $k$  beinhaltet die Wanderungsgeschwindigkeit der Phasengrenzfläche und einige zeitunabhängige Größen zur Beschreibung der Keimbildung. Der Verlauf der Funktion ist beispielhaft in Bild 3 dargestellt. Die Umwandlung findet dabei zwischen den 1%-(Umwandlungsbeginn) und 99%-(Umwandlungsende) Kurven (Umwandlungsende) statt. Beide Linien sind in einem isothermen Zeit-Temperatur-Umwandlungsschaubild (ZTU-Schaubild) dargestellt.

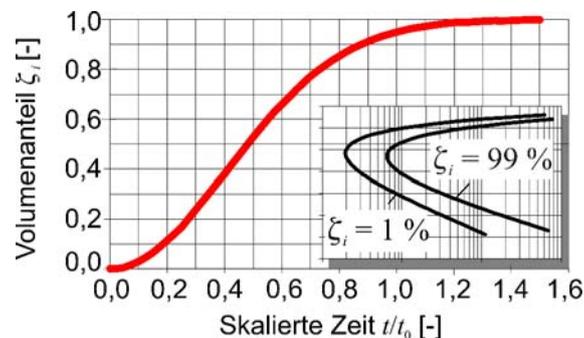


Bild 3: Beispielhafter Verlauf einer diffusionsgesteuerten Gefügeumwandlung

Der Einfluss der Legierungselemente, der Korngröße und der Umformgeschichte auf das Zeit-Temperatur-Umwandlungsverhalten ist nur schwer und nicht exakt in mathematischen Formulierungen abzubilden. Um diese Effekte zu berücksichtigen, können die Koeffizienten  $k$  und  $n$  der Gleichung (1) über experimentelle Untersuchungen mit Hilfe eines Dilatometers ermittelt werden. Aus den Messungen können isotherme und kontinuierliche ZTU-Schaubilder ermittelt werden. Der Umwandlungsbeginn ist in diesen Diagrammen durch einen Volumenanteil von  $\zeta_i = 1\%$  und das Umwandlungsende durch einen Volumenanteil von  $\zeta_i = 99\%$  der gebildeten Phase definiert. Durch

diese Annahme sind bei jeder Temperatur zwei Punkte bekannt, an denen der Volumenanteil und die für die Umwandlung benötigte Zeit bekannt sind. Somit können die Parameter  $k$  und  $n$  bestimmt werden. Die hierzu benötigten Umwandlungslinien werden hier entsprechend BÖRNSSEN, [7], durch

$$\lg\left(\frac{t}{t_0}\right) = \frac{c_0}{T - c_T} + c_1 + c_2(T - c_T) + c_3(T - c_T)^2 \quad (2)$$

als Funktion der Temperatur  $T$  beschrieben. Die werkstoffabhängigen Parameter  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  und  $c_T$  sind aus dem Verlauf der Umwandlungslinien zur ermitteln.

Bei schnellen Abkühlgeschwindigkeiten, die oberhalb einer werkstoffabhängigen kritischen Abkühlgeschwindigkeit liegen, findet in Stählen eine diffusionslose Gefügeumwandlung statt. Der Austenit wandelt sich in Martensit mit einer tetragonal verzerrten Gitterstruktur um. Martensit ist durch eine geringe Umformbarkeit aber durch eine sehr hohe Festigkeit charakterisiert. Aus diesem Grund ist martensitisches Gefüge in vielen aus Stahl hergestellten Bauteilen erwünscht.

Wie die diffusionsgesteuerten Gefügeumwandlungen hängt auch die Martensitumwandlung von den Legierungsbestandteilen, insbesondere dem Kohlenstoffgehalt, und dem Spannungszustand im Werkstück ab. Da bei den hohen Abkühlraten aber keine Zeit zur Wanderung der Atome vorhanden ist, muss ein anderer mathematischer Ansatz als bei diffusionsgesteuerten Gefügeumwandlungen gewählt werden. Die Kinetik der Umwandlung von Austenit in Martensit wird in dieser Studie durch

$$\zeta_M(t) = 1 - e^{(-\alpha(M_s - T)^\kappa)} \quad (3)$$

beschrieben. Diese Gleichung wurde zunächst von KOISTINEN und MARBURGER, vgl. [8] aufgestellt und durch INOUE and WANG, vgl. [9], erweitert. Im Einzelnen sind der Parameter  $\zeta_M$  der Volumenanteil an Martensit und der Parameter  $M_s$  die Martensitstarttemperatur. Weiterhin können die Koeffizienten  $\alpha$  und  $\kappa$  nach HOUARDY, vgl. [10], mit den Approximationen in Tabelle 1 ermittelt werden.

Parameter	Approximation
$\alpha$	$0,36 \cdot 10^{-2} + 0,1 \cdot 10^{-4} M_s - 0,34 \cdot 10^{-6} M_s^2 + 0,32 \cdot 10^{-8} M_s^3 - 0,52 \cdot 10^{-11} M_s^4$
$\kappa$	$2,08 - 0,76 \cdot 10^{-2} M_s + 0,16 \cdot 10^{-4} M_s^2 - 0,9 \cdot 10^{-8} M_s^3$

Tabelle 1: Approximation der Koeffizienten der KOISTINEN-MARBURGER-Gleichung

In Bild 4 ist der Martensitanteil als Funktion der Temperatur dargestellt. Offensichtlich ist nach Gleichung (3) die Bildung von Martensit ausschließlich eine direkte Funktion der Temperatur und nicht der Zeit bei der Verwendung des Modells nach KOISTINEN und MARBURGER. Diese Zeitunabhängigkeit spiegelt die diffusionslose Umwandlung wieder. Die Zeit selbst wird aber indirekt durch einen zeitliche Änderung der Temperatur berücksichtigt. Da die Abhängigkeit der Martensitbildung vom Spannungszustand bei diesen hohen Temperaturen messtechnisch nur schwer erfassbar und der Temperatureinfluss bedeutender ist, wird diese in den hier vorgestellten Untersuchungen vernachlässigt.

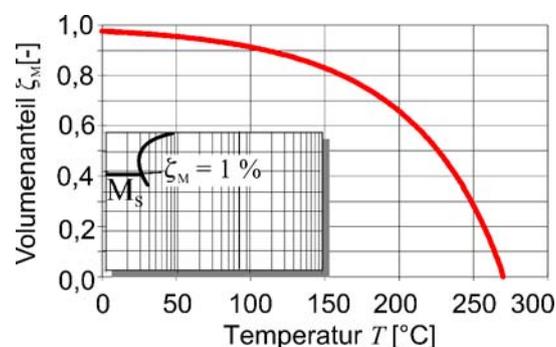


Bild 4: Entwicklung des Volumenanteils bei einer diffusionslosen Gefügeumwandlung

### 3 Materialdaten

Ein typischer beim Presshärten verwendeter Werkstoff ist der Stahl 22MnB5 (1.5528). Das mecha-

nische Verhalten wird mit Hilfe der in Bild 5 dargestellten quasi-statischen Fließkurven berücksichtigt, vgl. [11]. Wie zu erkennen ist, sinkt die Verfestigung mit steigender Temperatur.

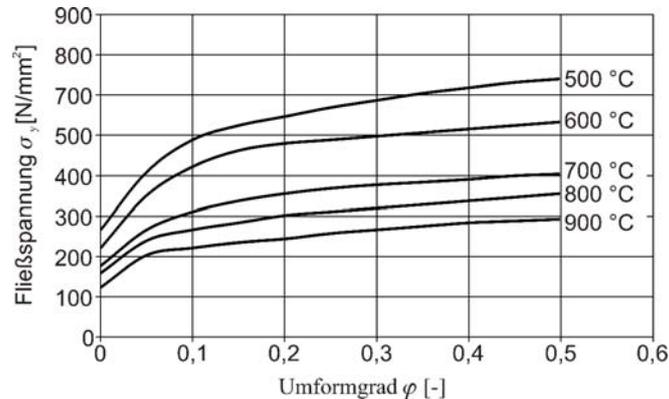


Bild 5: Temperaturabhängige Fließkurven des Stahls 22MnB5 (1.5528), s. [11]

Aufgrund nicht zur Verfügung stehender isothermer ZTU-Schaubilder für den Stahl 22MnB5 wird das metallurgische Verhalten durch Modifikation eines ZTU-Schaubildes des Stahls 27MnCrV4 (1.8162) abgeschätzt. Mit diesem Ansatz werden nicht alle Eigenschaften des Stahls 22MnB5 berücksichtigt, aber die Umwandlung wird im gleichen Zeitfenster stattfinden. Für realistischere Ergebnisse muss das ZTU-Diagramm des tatsächlich betrachteten Stahls gemessen und in das FE-Modell implementiert werden, da der Algorithmus für die Phasenumwandlung auf beliebige Stähle anwendbar ist.

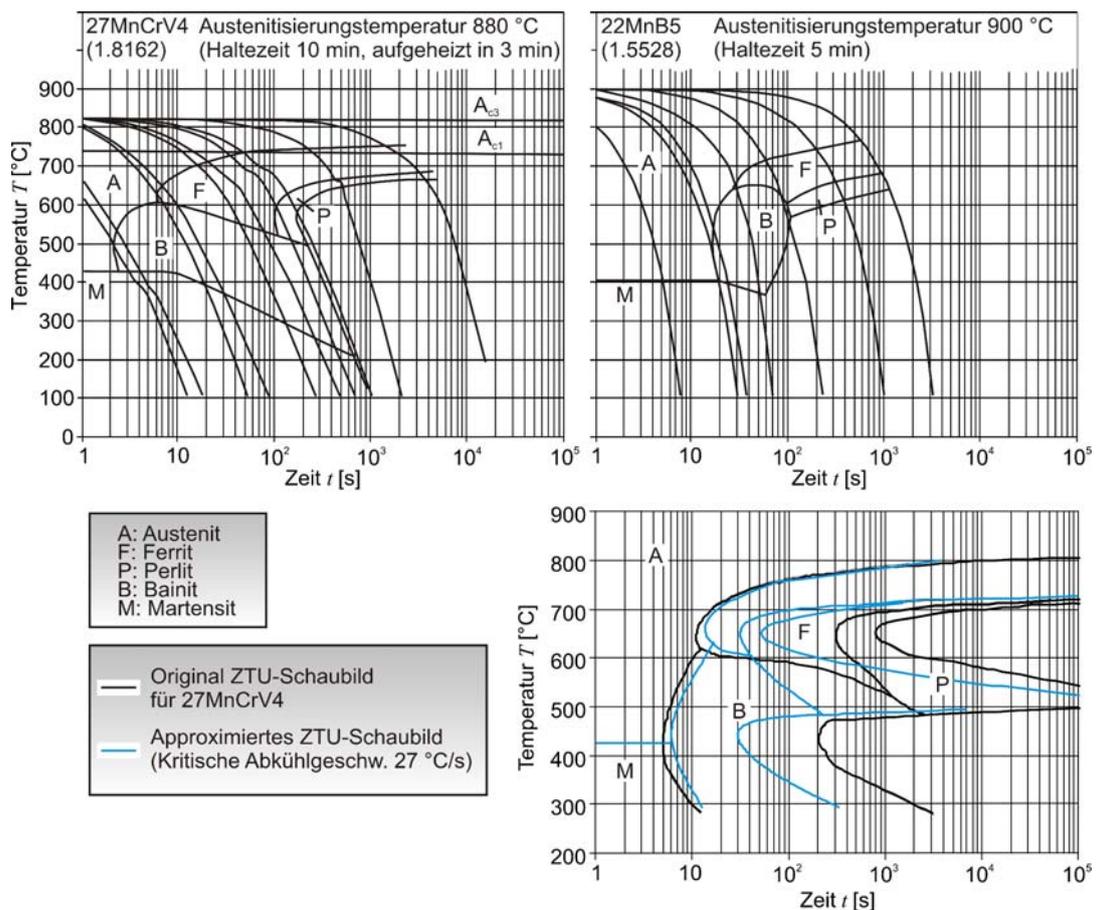


Bild 6: Approximiertes ZTU-Diagramm

Im oberen Teil von Bild 6 sind kontinuierliche ZTU-Schaubilder der beiden Stähle dargestellt. Der Übergang von der Bainit-Startlinie in die Ferrit-Startlinie ist ähnlich und so kann in diesem Bereich von einem ähnlichen Umwandlungsverhalten ausgegangen werden. Weiterhin liegt die Martensitstart-

temperatur in der gleichen Größenordnung. Um das Umwandlungsverhalten weiter anzugleichen, wird eine reine Abkühlungssimulation mit dem vorgestellten Algorithmus durchgeführt. Dabei werden die Bainit- und Ferrit-Startlinie solange verschoben, bis die für den Stahl 22MnB5 typische kritische Abkühlgeschwindigkeit von 27 °C/s erreicht ist. Dies ist gleichbedeutend mit einer rein martensitischen Umwandlung. Weiterhin werden die Kurven des Umwandlungsendes verschoben, so dass für Abkühlraten, die kleiner als 3 °C/s sind, nur eine Umwandlung in Ferrit und Perlit stattfindet. Da die Legierungszusätze Chrom und Vanadium die Umwandlungslinien nach [12] zu höheren Zeiten verschieben, ist dieser Schritt auch durchführbar. Dieses approximierte ZTU-Schaubild ist in Bild 6 rechts unten dargestellt.

#### 4 Simulation der Phasenumwandlung anhand eines Beispielprozesses

Basierend auf den vorgestellten theoretischen Ansätzen wurde in der Vergangenheit am Institut für Umformtechnik und Umformmaschinen (IFUM) der Leibniz Universität Hannover ein Simulationsmodul zur Vorhersage von Phasenumwandlungen bei Schmiedeprozessen entwickelt. Dieses wurde um wichtige Funktionen zur Simulation von Presshärtprozessen erweitert. Eine wesentliche Funktion ist dabei die Formulierung des Stoffgesetzes für Schalenelemente und die Eignung für explizite und implizite Lösungsmethoden. Für das mechanische Verhalten wurde das in [13] vorgestellte elastisch-plastische Stoffgesetz mit VON MISES Plastizität und temperaturabhängigen Fließkurven über die Unterroutinen UMAT und UTAN implementiert.

Mit Hilfe der Entwicklungsgleichungen (1), (3) und basierend auf den in den vorherigen Zeitschritten berechneten Volumenanteilen sowie der aktuellen Zeit- sowie Temperaturinkremente können die Volumenanteile zum Ende des aktuellen Zeitschritts berechnet werden. Neben der Implementierung über die Benutzerschnittstelle UMAT wird für implizite Lösungsmethoden die Tangentensteifigkeitsmatrix benötigt. Diese wird dem FE-System über die Schnittstelle UTAN zur Verfügung gestellt. Mit diesen beiden Unterroutinen ist es möglich, sowohl explizite als auch implizite Berechnungen durchzuführen. Dies ist ein Vorteil für die Transport-, Liege- und Abkühlphase, da aufgrund langer Zeiten und geringer Verformungen implizite Lösungsmethoden effizienter sind als explizite.

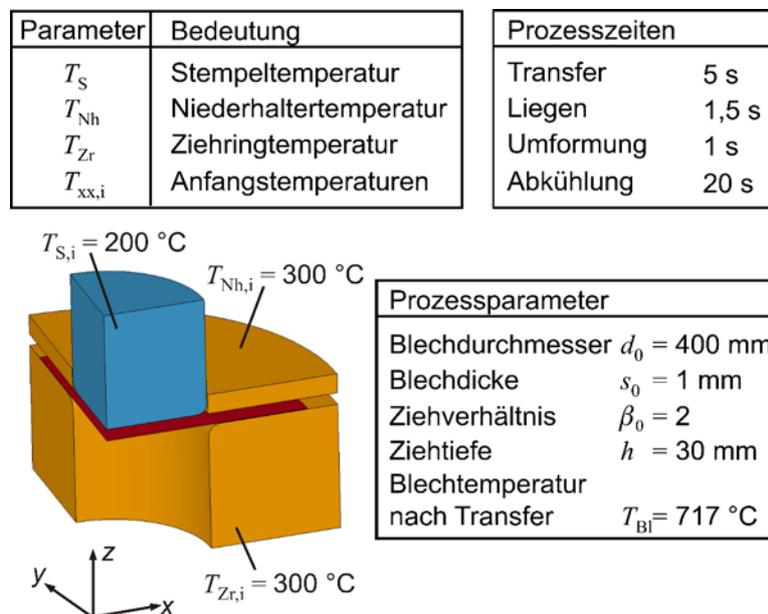


Bild 7: Beispielprozess

Der vorgestellte Ansatz für die Phasenumwandlung wurde in der Simulation eines Beispielprozesses angewendet, deren Ergebnisse im folgenden aufgezeigt werden. Ein rotationssymmetrisches Blech wird dabei umgeformt und anschließend in den gekühlten Werkzeugen abgekühlt. Das genutzte FE-Modell des Beispielprozesses ist in Bild 7 dargestellt. Es werden zwei Symmetrien ausgenutzt, um den Berechnungsaufwand zu reduzieren. Die Blechdicke beträgt 1 mm und die Anfangstemperatur des Blechs liegt bei 900 °C. Als Elemente werden für das Werkstück Schalenelemente mit einem quadratischen Ansatz für die Temperatur über die Blechdicke genutzt, vgl. [14] für weitere Infor-

mationen. Darüberhinaus wird ein konstanter Reibwert von  $\mu = 0,1$  und ein konstanter Wärmeübergangskoeffizient von  $h_{\text{cond}} = 3000 \text{ W}/(\text{mm}^2\text{K})$ , vgl. [15], angenommen.

Die Werkzeuge werden mit Volumenelementen vernetzt und ihr mechanisches und thermisches Materialverhalten ist in Abhängigkeit der Temperatur definiert. Die Anfangstemperatur von Niederhalter und Ziehring beträgt  $300 \text{ }^\circ\text{C}$ . Die Anfangstemperatur des Stempels wird zu  $200 \text{ }^\circ\text{C}$  gewählt. Die Prozesszeiten sind bis auf die Abkühldauer im Werkzeug typische Zeiten für das Presshärten. Die Dauer der Abkühlphase wird mit  $20 \text{ s}$  angesetzt, um diffusionsgesteuerte Umwandlungen im Bauteil zu erreichen.

Die simulierte Temperaturverteilung des Bleches über die einzelnen Prozessschritte ist in Bild 8 dargestellt. Nach dem Transport vom Ofen zur Presse ist das Blech gleichmäßig auf  $711 \text{ }^\circ\text{C}$  abgekühlt. Während der Liegephase sinkt die Temperatur im Bereich des Flansches auf etwa  $400 \text{ }^\circ\text{C}$  ab. In dieser Phase beträgt die Temperatur des Bodens ca.  $600 \text{ }^\circ\text{C}$ . Während der anschließenden Umformung kühlt der Flanschbereich auf  $300 \text{ }^\circ\text{C}$  ab. Der Boden und die Zarge weisen nun eine Temperatur von ungefähr  $500 \text{ }^\circ\text{C}$  auf. Dass im Boden und in der Zarge während des Umformprozesses die höchsten Temperaturen auftreten, ist im einseitigen Werkzeugkontakt begründet. Nach der Abkühlung hat sich das Temperaturprofil signifikant geändert. Hier sind nun Boden und Zarge mit  $200 \text{ }^\circ\text{C}$  die kältesten Bereiche. Dagegen liegt die Blechtemperatur im Flanschbereich bei  $300 \text{ }^\circ\text{C}$ . Hier kann die Temperatur in der kurzen Zeit nicht weiter sinken, da die Werkzeugtemperaturen in der gleichen Größenordnung liegen.

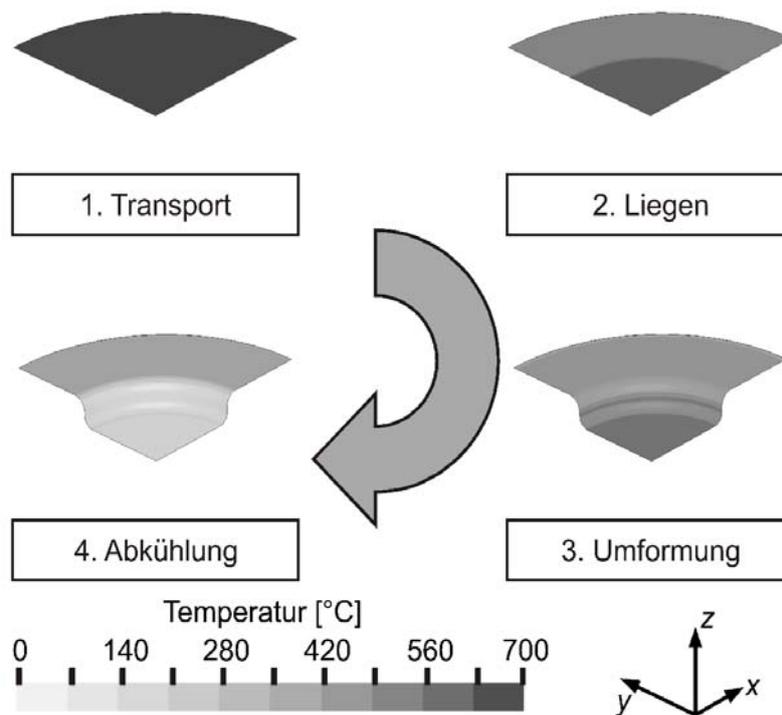


Bild 8: Berechnete Temperaturverteilung nach den einzelnen Prozessphasen

Die beschriebenen Temperaturverteilungen beeinflussen die Umwandlung von Austenit in die sekundären Phasen. Nach Bild 9 findet während der Transport- und Liegephase noch keine Umwandlung des Austenits statt. Während der Umformung dagegen sinkt der Austenitanteil im Flansch auf  $0,3$  Volumenanteile, da die Temperatur nach Bild 6 und Bild 8 die Martensitstarttemperatur unterschreitet. Dies führt zu einer Umwandlung von Austenit in Martensit. Im Gegensatz hierzu ist die Austenitkonzentration in Boden und Zarge nach der Umformung weiterhin bei ungefähr  $1,0$ .

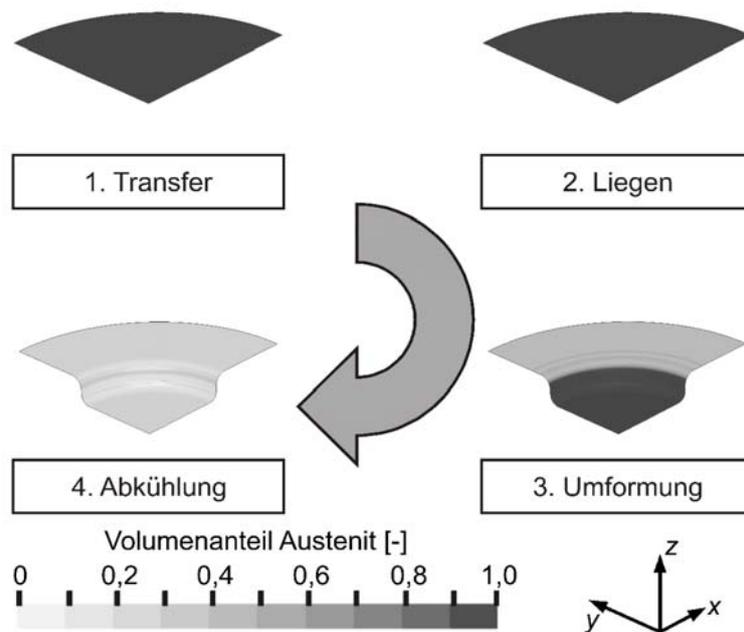


Bild 9: Simulierte Austenitanteile

Während des Verfahrensablaufs findet ebenfalls eine Umwandlung von Austenit in Bainit statt. Die Simulationsergebnisse hierzu sind in Bild 10 dargestellt. Die Umwandlung findet aber erst während der Abkühlphase im Werkzeug statt, da nach Bild 6 die kürzeste Zeit für den Umwandlungsbeginn von Austenit in Bainit 6 s beträgt und bei einer Temperatur von ca. 430 °C liegt. Für geringere und höhere Temperaturen sind die Zeiten bis zum Umwandlungsbeginn noch länger. Zeiten in dieser Größenordnung werden aber erst in der Abkühlphase erreicht.

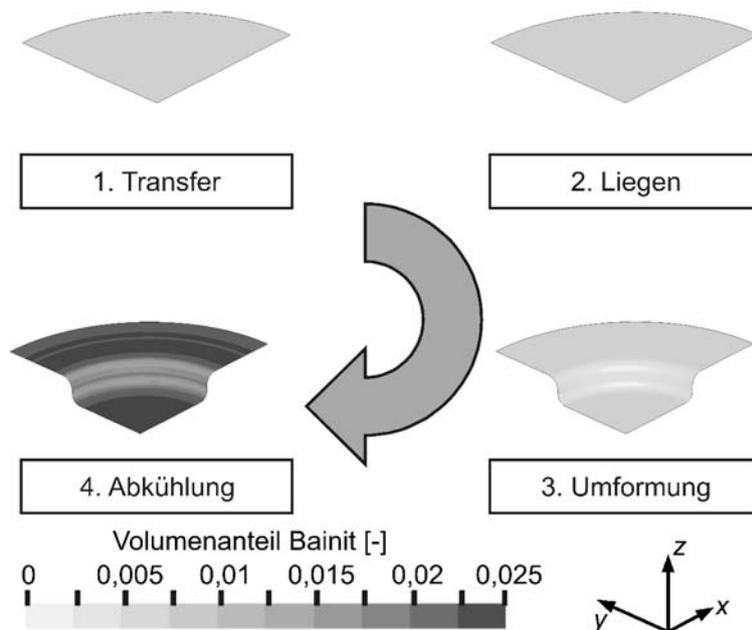


Bild 10. Simulierte Bainitanteile

Die sehr geringen bainitische Gefügebestandteile sind damit zu erklären, dass das Umwandlungsende noch nicht erreicht ist. Dem angenommenen Umwandlungsverhalten zufolge liegt der Zeitpunkt für das Umwandlungsende bei mehr als 40 s. Hier ist anzumerken, dass die Verifikation so kleiner Phasenanteile sehr schwierig ist. Erstens beträgt nach [15] die Messgrenze ca. 1 % und zweitens kann durch Chargenschwankungen das Umwandlungsverhalten variieren, so dass diese geringen Phasenanteile bei einem geringfügig anderem Umwandlungsverhalten nicht auftreten. Weiterhin sind nicht alle

Eigenschaften der Bainitumwandlung bei Mn-B Stählen im angenommenen Zeit-Temperatur-Umwandlungsverhalten berücksichtigt.

Neben der Entstehung von Bainit treten keine weiteren diffusionsgesteuerten Umwandlungen, also die Bildung von Ferrit oder Perlit, auf. Für diese Umwandlungsprozesse liegen die Zeiten bei 15 s und länger für höhere Temperaturen. Nach Bild 8 wird der Temperaturbereich für mögliche Ferrit- und Perlitbildung aber schnell durchschritten.

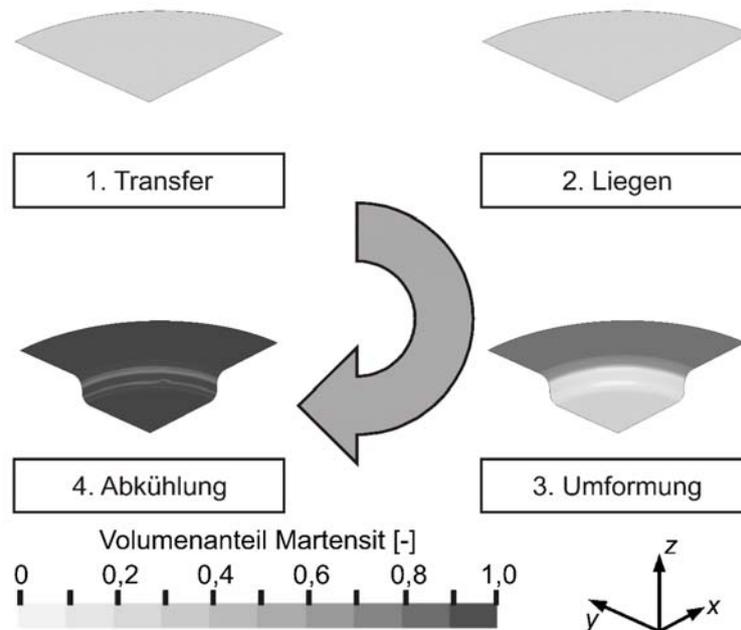


Bild 10: Simulierte Martensitverteilung

Das Ziel eines Presshärtprozesses ist grundsätzlich die Härtung des Bauteils, also die Bildung von Martensit. Die simulierte Martensitverteilung während des Beispielprozesses ist in Bild 10 dargestellt. Die Martensitbildung setzt während des Umformprozesses ein. Im Flansch steigt dabei die Martensitkonzentration von 0 auf ungefähr 0,7 bis 0,8. Begründet ist dies in der schnellen Abkühlung unter die Martensitstarttemperatur. Weiterhin wird in Boden und Zarge während der Umformung kein Martensit gebildet, da die Temperatur hier oberhalb der Martensitstarttemperatur liegt. Nach der Abkühlphase ist aber auch fast der gesamte Austenit in Martensit umgewandelt.

## 5 Zusammenfassung

Mit Hilfe der dargestellten Ansätze können sowohl diffusionsgesteuerte als auch diffusionslose Gefügeumwandlungen in der Prozesssimulation des Presshärtens betrachtet werden. Diese werden über die Benutzerschnittstellen UMAT und UTAN mit einem Stoffgesetz implementiert und auf einen Beispielprozess angewendet. Das Zeit-Temperatur-Umwandlungsverhalten des typischen Presshärtstahls 22MnB5 wird dabei durch die Modifikation eines ZTU-Schaubildes eines anderen Stahls approximiert. Unter Berücksichtigung dieses Werkstoffverhaltens wandelt sich im Beispielprozess nahezu der gesamte Austenit in Martensit um. In zukünftigen Untersuchungen soll das Stoffgesetz um umwandlungsinduzierte Eigenspannungen erweitert und anhand eines Beispielprozesses validiert werden.

## 6 Literatur

- [1] Shaw, J.; Engl, B.; Espina, C.; Oren, E.C.; Kawamoto, Y.: "ULSAB-advanced vehicle concepts – materials", New Steel Sheet and Steel Bar Products and Processing. SAE 2002 World Congress, Detroit, USA, Mar 4.-7., 2002, SAE-SP, Band 1685, S. 63-71

- 
- [2] Faderl, J.; Vehof, R.: Press Hardening Steel (PHS): "A new coating and process technology". International Conference on Steels in Cars and Trucks: "Steel Future for the Automotive Industry, Wiesbaden, 05. – 10. Juni 2005
- [3] Lenze, F.-J.; Heller, T.; Sikora, S.: "Herstellung von Karosseriebauteilen aus warmumgeformten höchstfesten Stahlwerkstoffen". EFB-Kolloquium: „Multifunktionale Bauteile und Verfahren zur Erhöhung der Wertschöpfung in der Blechbearbeitung“, Fellbach, 15./16. Februar 2005
- [4] Avrami, W.: "Kinetics of Phase Change I.", Journal of chem. Physics, 1939, Vol. 7, S. 1103-1112
- [5] Gottstein, G.: "Rekristallisation metallischer Werkstoffe: Grundlagen, Analyse, Anwendung", Dt. Ges. für Metallkunde e.V., Oberursel, Dt. Ges. f. Materialkunde e.V., 1984
- [6] Johnson, W.A.; Mehl, R.F.: "Reaction kinetics in process of nucleation and growth", Trans. AIME, 1939, 135, S. 416-458
- [7] Börnsen, M.: "Zum Einfluß von Gefügeumwandlungen auf Spannungen und Formänderungen bei thermischer und mechanischer Belastung", VDI Verlag, Reihe 18, Dissertation, Universität Hannover, 1989
- [8] Koistinen, D.P.; Marburger, R.E.: "A general equation prescribing the extend of the austenite-martensite transformation and temperature evolution during quenching of steels", Acta Metallurgica, 1950, Nr. 7, S. 59-60
- [9] Inoue, T.; Wang, Z.: "Coupling between stress, temperature, and metallic structures during processes involving phase transformations", Materials Science and Technology, 1985, No. 1, S. 845-850
- [10] Hougardy, H.; Yamazaki, K.: "An improved calculation of the transformation of steels", Steel Research 57, (1986), Nr. 9, S. 466-471
- [11] Lechler, J.; Merklein, M.; Geiger, M.: "Beschreibung des mechanischen Werkstoffverhaltens beim Warmumformen höchstfester Vergütungsstähle", 1. Erlanger Workshop Warmblechumformung, Erlangen, 7.11.2006
- [12] Wever, F.; Rose, A.: "Atlas zur Wärmebehandlung der Stähle", Verlag Stahleisen M.B.H., 1961, Düsseldorf
- [13] Dohrmann, H.: "Numerische Untersuchung der Umformung gefügter Feinbleche", VDI Verlag, Reihe 2, Dissertation, Universität Hannover, 1996
- [14] Hallquist, J. O.: "LS-Dyna Theory Manual", 2006, ISBN: 0-97785 40-0-0
- [15] Lorenz, D.; Roll, K.: "Modelling and analysis of integrated hotforming and quenching processes", Proceedings of the Sheet Metal 2005 Conf. (2005), pp. 787–794